

بتطبيق الرياضيات والحاسب الالكتروني في تقنيات التشفير، فانه من الممكن التوسع الى ابعد من تقنيات التشفير القياسية التي تمت مناقشتها الى حد الآن. إن الحسابات التي يمكن تطبيقها على التقنيات المشروحة سابقا تتضمن العمليات الحسابية كالجمع والطرح والضرب والقسمة. بالإضافة الى ذلك، فان العمليات الجبرية وعمليات المصفوفة يمكن ان تضم الى تقنيات التشفير التقليدية. ان كلاً من هذه العمليات الحسابية سيتم مناقشتها في هذا البند.

Arithmetic Operations

العمليات الحسابية

إن رسالة النص الصريح يمكن تشفيرها بسهولة باستخدام العمليات الحسابية بصفتها مفتاحاً. ولأجل التوضيح، سنستخدم الرسالة الآتية :-

CHANGE KEYS TODAY

فاذا ابدل كل من هذه الحروف بقيمة آسكي المكافئة، فان النص الصريح سيصبح شفرة تعويضية بصورة متوالية من اعداد ذوات رقمين وكالاتي :-

النص الصريح	قيمة آسكي
CHANGE	67 72 65 78 71 69
KEYS	75 69 89 83
TODAY	84 79 68 65 89

فاذا ميزت هذه الاعداد بصفتها قيم آسكي فان هذا سيقدم لنا الرسالة المشفرة، وبتطبيق واحد او اكثر من العمليات الحسابية عليها تتمكن من تمويه هذه الاعداد. ويطرح العدد 50 من كل قيمة من قيم اسكي نحصل على :

النص الصريح	50 - قيمة اسكي					
CHANGE	17	22	15	28	21	29
KEYS	25	19	39	33		
TODAY	34	29	18	15	39	

وإذا ضربنا بالقيمة 20، فإننا سنحصل على متواليه من القيم وكالاتي:

النص الصريح	(قيمة اسكي) × 20					
CHANGE	13.4	14.4	13.0	15.6	14.2	13.8
KEYS	15.0	13.8	17.8	16.6		
TODAY	16.8	15.8	13.6	13.0	17.8	

ماشرحناه هنا يوضح بأنه يمكن تشفير النص الصريح باستخدام واحد من المفاتيح الاربعة المعتمدة على قيم اسكي. وهذه المفاتيح الاربعة هي:

1. (قيمة ال ASCII) + قيمة ثابتة ← حرف مشفور
2. (قيمة ال ASCII) - قيمة ثابتة ← حرف مشفور
3. (قيمة ال ASCII) × قيمة ثابتة ← حرف مشفور
4. (قيمة ال ASCII) ÷ قيمة ثابتة ← حرف مشفور

Algebraic Operations

العمليات الجبرية

سنتناول هنا طرائق وعمليات انتاج النصوص المشفرة من النص الواضح والتي تتجاوز العمليات الحسابية البسيطة كالجمع والطرح والضرب والقسمة. فسبقا كانت التعبيرات الحسابية مثل الآتي:

$$B(I) + C$$

حيث ان $B(I)$ هو مكافئ ASCII العددي، و C تمثل قيمة ثابتة. وهذا التعبير يحتوي على عملية اساسية وحيدة - هي عملية الجمع. ان استخدام اكثر من عملية وحيدة يجهزنا بالتعبيرات الجبرية التي تنتج شفرات تعويضية محسنة وأكثر امنية.

Linear Equations

المعادلات الخطية

إن التعبير الجبري الشائع هو معادلة الخط المستقيم:

$$y = a + bx$$

حيث ان a هو قيمة y عندما تكون x تساوي صفرا، او قطع الـ y هو الميل، و x هي قيمة الـ y هو الناتج. إن أية قيمة تعطى لـ x والتي تؤدي الى y ، تعطينا نقطة (y, x) على المخطط البياني. والان، كيف يمكن لمثل هذا التعبير الجبري $y = a + bx$ ان يستخدم في التشفير؟ عموماً، نحن نرغب بتمويه نتيجة النص المشفر بحيث يكون من الصعب للأفراد غير المخولين ان يفكوا هذا النص المشفر. ومع ذلك فنحن نريد عملية «بسيطة» للتشفير بالاضافة الى عملية بسيطة لفك الشفرة. إن التعبير الجبري، مثل المثال السابق، يمكن ان يساعدنا للوصول الى طريقة بسيطة. ولتوضيح هذه الطريقة، فان التعبير الجبري $y = a + bx$ يحتاج الى توفير هذين الثابتين. ان هذين الثابتين هما بالحقيقة، المفتاح المطلوب في عمليتي التشفير وفك الشفرة. فاذا قررنا بان المفتاح سيكون 2، $(1/2)$ ، فعندئذ:

$$y = 2 + 1/2 x$$

وال x سيكون مكافئ ASCII العددي بعد تغيير الرسالة من هيئة السلسلة الى قيمة ASCII. ولتوضيح هذه الطريقة، دعنا نقول إن الرسالة المطلوب تشفيرها هي:

CHANGE KEYS TODAY

إن هذا النص الصريح، عندما يتحول الى قيم أسكي ذوات مرتبتين عشرين، يصبح كالآتي:

النص الصريح	قيمة اسكي
CHANGE	67 72 65 78 71 69
KEYS	75 69 89 83
TODAY	84 79 68 65 89

إن قيم اسكي سوف تتحول الى مجموعة جديدة من القيم المشفرة بواسطة العملية الآتية:

$$\text{قيمة جديدة} = 2 + 1/2(\text{قيمة ASCII})$$

وللمثال، فإن الحرف C يساوي 67 في الأسكي، لذا فإن العملية تعطي القيم الجديدة الآتية:

$$2 + 1/2(67) = 2 + 33.5 = 35.5$$

ستتمكن بعد ذلك من إيجاد قيمة جديدة لكل حرف من حروف النص الصريح، وهذه القيم الجديدة يمكن استخدامها باعتبارها النص المشفر. إن النص المشفر الكامل للرسالة المذكورة اعلاه يكون كالآتي:

النص الصريح	النص المشفر
CHANGE	35.5 38 34.5 41 37.5 36.5
KEYS	39.5 36.5 46.5 43.5
TODAY	44 41.5 36 34.5 46.5

لو كان الشخص غير المخول يعرف التعبير الجبري المستخدم للحصول على هذا النص المشفر، فإن تخميناً موفقاً سيكون كافياً لحل شفرتها. وفي الفصل القادم سنرى التقنيات التي يمكن استخدامها لتحليل وفك مثل هذه الرسائل بدون معرفة المفتاح.

إن نصنا المشفر يملك كلاً من الأعداد الكاملة والقيم الكسرية. إن القيمة مثل 35.5 تدل على أن بعض عمليات التشفير الجبري قد استخدمت.

ولإخفاء استخدامنا للتعبير الجبري في عملية التشفير، فإن المفتاح يمكن أن يستخدم والذي ينتج عن أعداد صحيحة فقط. ومع مثل هذا التعبير $y = a + bx$ ، فهناك عدد غير محدود من الاحتمالات بالنسبة للمفتاح a و b لإنتاج عدد كامل من القيم المشفرة. فكل ما نحتاجه هو أن كلاً من a و b يكونان أعداداً صحيحة. إن كلاً من a و b او كليهما يمكن أن يكونا أعداداً صحيحة سالبة فإذا استخدم المفتاح 2 و -1 مع النص الصريح فإن النواتج ستكون كالآتي:

لفك شفرة الرسالة بالاعتماد على قيم الاعداد المشتقة من العمليات الجبرية سنحتاج الى عكس العملية. ولمثالنا المذكور، فعند الرجوع من النص المشفور الى النص الصريح نتبع هذه العملية:
 قيم النص المشفور ← معادلة فك الشفرة ← قيم اسكي الاصلية ← التحويل الى النص الصريح
 وللحصول على معادلة فك الشفرة يجب ان نحل معادلة التشفير جبرياً. ان هذه المعادلة كانت هي
 التعبير الاتي:

$$y = a + bx$$

حيث ان x قد استخدم لانتاج y والان نبدأ بالقيمة y ونجرب إيجاد قيمة x . وذلك بنقل الحدود، فسيكون عندنا

$$bx = y - a$$

عندئذ سيكون

$$x = (y - a) / b$$

إن الناتج النهائي هو النص الواضح مع فجوات موضوعة في الداخل كالآتي:

النص المشفور :	119	129	115	141	127	123	135	123
	163	151	153	143	121	115	163	

النص الصريح: CHANGE KEYS TODAY

وبما ان الاعداد للنص المشفور يمكن ان توفر لمحلل الشفرة الدليل لكسر الشفرة، لذا فإنه من المفيد ان نموه النتائج بحيث ان كل حروف الـ E من النص الواضح لن تُشفّر مثل الرقم 123. وهذه الحالة كانت عند استخدام المفتاح $a = -15$ ، و $b = 2$.

عندما يكون الحاسب قادراً على العمل مع حروف هجائية او متسلسلة في جدول او مصفوفة، فان عمليات التشفير وفك الشفرة يمكن ان تطور باستخدام فكرة جبر المصفوفة. في المصفوفة، يتغير النص الصريح الى قيم عددية من الأسكي. وضع مثل هذه القيم العددية، يمكن انجاز مختلف التحويلات على المصفوفة وللمثال على ذلك، يمكن ان تضرب المصفوفة بقيمة ثابتة لتكوين مصفوفة جديدة، ويتبع عن ذلك مجموعة من النصوص المشفرة في طريقة مشابهة الى التحويلات الجبرية.

ان احدى عمليات المصفوفة الاخرى التي يمكن استخدامها للتشفير هي عملية ابدال المصفوفة. فهنا يتحول النص الصريح الى قيم تعويضية. وباستخدام عملية ابدال المصفوفة، سيظهر نص مشفور جديد. وهذا النوع من النص المشفور يدعى نصاً مشفوراً مركباً. وهذا يعني انه يعتمد على كل من عمليتي التعويض والابدال.

واضافة الى ذلك، فهناك عمليات مصفوفة اخرى يمكن ان ترمج لانجاز عملية تشفير النص الصريح. ان النص المشفور يمكن ان يطور باستخدام عملية عكس المصفوفة الى مصفوفة بقيم أسكي. ان عمليات المصفوفة الثلاث المذكورة هنا تستخدم كلمة النص الصريح DATA. وكل توضيح يتبع تحويل المصفوفة الآتية:

$$\begin{pmatrix} D & A \\ T & A \end{pmatrix}$$

الى قيم أسكي :-

$$\begin{pmatrix} 68 & 65 \\ 84 & 65 \end{pmatrix}$$

Encryption by Matrix Multiplication

التشفير بالضرب المصفوفي

إذا كانت مصفوفة قيم أسكي يرمز لها بالرمز V، لذا عند ضربها بقيمة ثابتة او بالفتاح K، فان الناتج هو مصفوفة نص مشفور جديدة، C، اي ان:

$$C = (K) \times V$$

فاذا كان المفتاح هو $k = 2$ ، فالناتج هو:

$$C = 2 \times \begin{pmatrix} 68 & 65 \\ 84 & 65 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 136 & 130 \\ 168 & 130 \end{pmatrix}$$

ان النص المشفور النهائي، اذا اخذ من الـ C بصورة افقية، يصبح متوالية من الاعداد هي:

$$136 \quad 130 \quad 168 \quad 130$$

تمثل كلمة النص الصريح DATA

Encryption by Matrix Transposition

التشفير بالاببدال المصفوفي

ان إبدال المصفوفة الجبري هو:

$$C = VT$$

حيث ان الـ V^T يشير الى ان الصفوف والاعمدة للمصفوفة V قد تبادلت. هذا يعني بأن مصفوفة قيم اسكي.

$$V = \begin{pmatrix} 68 & 65 \\ 84 & 65 \end{pmatrix}$$

تصبح مصفوفة النص المشفور

$$C = VT = \begin{pmatrix} 68 & 84 \\ 65 & 65 \end{pmatrix}$$

واذا كانت قيم الـ C تأخذ افقياً، فإن النتيجة هي نص مشفور مركب (التعويض والاببدال).

68 84 65 65

يمثل كلمة النص الصريح DATA

Encryption by Matrix Inversion

التشفير بالعكس المصفوفي

إن عملية عكس المصفوفة هي عملية مناظرة لايجاد معكوس القيمة. لذا، فإذا كان $x = 4$ ، فإن المعكوس x^{-1} يساوي $1/x$ أو $1/4$. ولاتنتاج نص مشفور باستخدام معكوس المصفوفة لقيم اسكي، فإن معادلة المعكوس هي:

$$C = V^{-1}$$

والتي تشير الى ان المصفوفة V معكوسة. إن هذا العكس هو:

$$C = \begin{pmatrix} -.0625 & .0625 \\ .0808 & -.0654 \end{pmatrix}$$

فاذا اخذت هذه القيم بصورة افقية، فإن هذا سيولد نصاً مشفوراً هو:

- 0625 .0625 0808 - 0654

لكلمة النص الصريح DATA. إن عكس المصفوفة يمكن ان يجري فقط على المصفوفات المربعة. ومع ذلك فإنه ليست جميع المصفوفات المربعة تمتلك معكوساً.

القيمة	الحرف	القيمة	الحرف	القيمة	الحرف
32	6	54	K	75	
33	7	55	L	76	
34	8	56	M	77	
35	9	57	N	78	
36	:	58	O	79	
37	;	59	P	80	
38	<	60	Q	81	
39	=	61	R	82	
40	>	62	S	83	
41	?	63	T	84	
42	@	64	U	85	
43	A	65	V	86	
44	B	66	W	87	
45	C	67	X	88	
46	D	68	Y	89	
47	E	69	Z	90	
48	F	70	[91	
49	G	71	\	92	
50	H	72]	93	
51	I	73	^	94	
52	J	74	_	95	
53					

حروف (ASCII)